

## Definizione

La parabola è il **luogo geometrico** dei punti del piano equidistanti da un punto detto fuoco e da una retta detta direttrice.

In simboli si può scrivere:

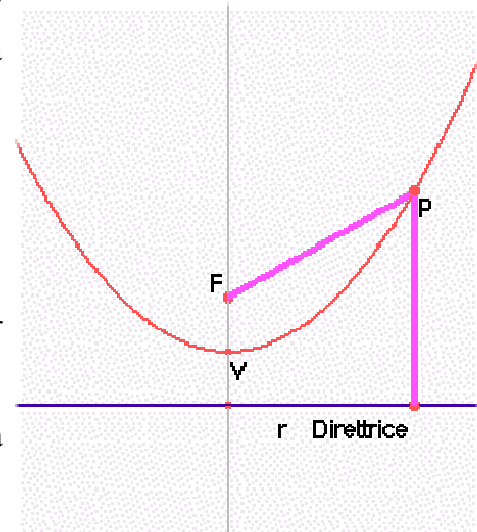
$$\text{Parabola} = \{P \text{ del piano: } d(P,F) = d(P,r)\}$$

Dalla definizione si può subito dedurre:

La parabola è tutta posta nel semipiano individuato da  $r$  e contenente il fuoco

la parabola ha un'asse di simmetria che coincide con la retta perpendicolare alla direttrice passante per  $F$

Il vertice della parabola è equidistante da fuoco e direttrice



## Approccio analitico

Dati una retta  $r$  ed un punto  $F$ , scegliamo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale tale che l'asse della parabola coincida con l'asse delle ordinate, e con origine il punto  $V$  punto medio tra  $F$  e  $r$ . La retta  $r$  (direttrice) è allora parallela all'asse delle ascisse.

Se poniamo  $F(0, k)$  le coordinate del fuoco, la direttrice avrà equazione  $y = -k$ . Per definizione della parabola come luogo geometrico, detto  $P$  un qualunque punto della parabola ed  $H$  il piede della perpendicolare condotta da  $P$  alla retta  $r$  si ha:  $PF = PH$  con

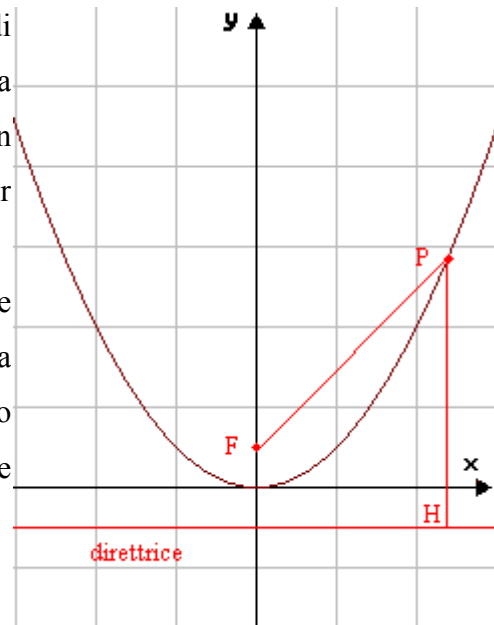
$$PF = \sqrt{(x_P - x_F)^2 + (y_P - y_F)^2} = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - k)^2}$$

$$PH = |y - (-k)| = |y + k|$$

allora il luogo è rappresentato dall'equazione

$$\sqrt{(x - 0)^2 + (y - k)^2} = |y + k|$$

da cui svolgendo i calcoli



$$x^2 + (y - k)^2 = (y + k)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2ky + k^2 = y^2 + 2ky + k^2$$

$$x^2 - 2ky = 2ky$$

$$y = \frac{1}{4k}x^2 \Rightarrow y = ax^2$$

Relazioni da ricordare	
Equazione parabola con vertice nell'origine $y = ax^2$	coordinate del Fuoco $F(0, k) \Rightarrow F\left(0, \frac{1}{4a}\right)$
$a = \frac{1}{4k} \Rightarrow k = \frac{1}{4a}$ (k : ordinata del fuoco)	equazione direttrice $y = -k \Rightarrow y = -\frac{1}{4a}$
La retta $x=0$ che contiene sia il vertice che il fuoco è <b>asse di simmetria</b> per la parabola: infatti valori opposti di x danno luogo allo stesso valore y.	
Equazione parabola con vertice nell'origine $x = ay^2$	coordinate del Fuoco $F(k, 0) \Rightarrow F\left(\frac{1}{4a}, 0\right)$
$a = \frac{1}{4k} \Rightarrow k = \frac{1}{4a}$ (k : ascissa del fuoco)	equazione direttrice $x = -k \Rightarrow x = -\frac{1}{4a}$
La retta $y=0$ che contiene sia il vertice che il fuoco è <b>asse di simmetria</b> per la parabola.	

Partendo da questi risultati si può ora individuare l'equazione di una parabola traslata rispetto all'origine, con vertice che supponiamo noto  $V(x_v, y_v)$

Si sottoponga la parabola alla traslazione di equazione  $\begin{cases} x' = x - x_v \\ y' = y - y_v \end{cases}$  in modo che al vertice della parabola corrisponda l'origine degli assi.

Tale parabola ha equazione  $y' = ax'^2$  e sostituendo in essa le equazioni della traslazione si ottiene successivamente:

$$y - y_v = a(x - x_v)^2 \quad y = ax^2 - 2ax_v x + ax_v^2 + y_v \quad \text{da}$$

cui 
$$y = ax^2 + bx + c$$

Avendo posto  $\begin{cases} b = -2ax_v \\ c = ax_v^2 + y_v \end{cases}$

che rappresenta l'equazione generale (o canonica) di una parabola con asse parallelo all'asse y. L'equazione di una parabola si presenta quindi come una funzione di secondo grado, del tipo  $y = ax^2 + bx + c$

Nota: il coefficiente del termine di secondo grado a non ha subito variazioni per cui è rappresentato ancora dalle formule date precedentemente, dove k rappresenta però la distanza Fuoco-Vertice.

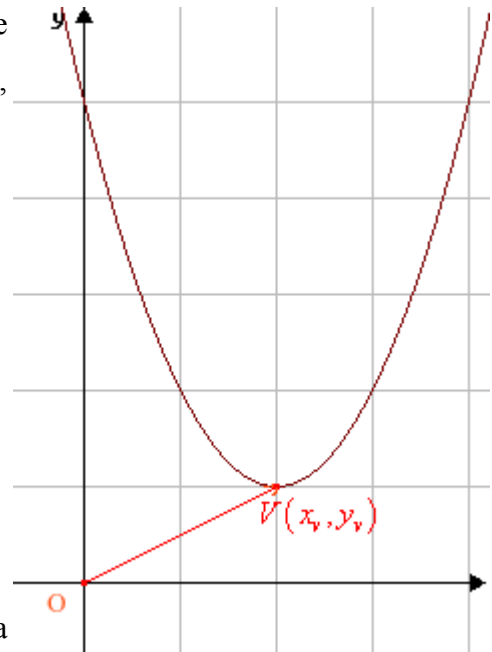
E' facile esprimere  $x_v$  e  $y_v$  mediante i coefficienti della parabola infatti

$$b = -2ax_v \Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$c = ax_v^2 + y_v \Rightarrow c = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + y_v = \frac{b^2}{4a} + y_v \Rightarrow y_v = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

L'equazione dell'asse di simmetria della parabola diventa 
$$x = -\frac{b}{2a}$$

Quindi una parabola è esprimibile mediante una funzione completa di secondo grado.



Viceversa. Una qualsiasi funzione di secondo grado  $y = ax^2 + bx + c$  è una parabola ?  
 Dimostriamo che con un'opportuna traslazione l'equazione precedente si riduce alla forma  $y = ax^2$ .

Dall'equazione della parabola con successivi passaggi otteniamo :

$$y = ax^2 + bx + c$$

$a \neq 0$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

usiamo il metodo del completamento del quadrato per trasformare l'equazione nella forma  $y - y_v = a(x - x_v)^2$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c$$

aggiungiamo e togliamo il termine  $\frac{b^2}{4a^2}$

$$y + \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

ponendo  $x_v = -\frac{b}{2a}$   $y_v = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$

$$y - y_v = a(x - x_v)^2$$

equazione della parabola traslata.

$$\begin{cases} x' = x - x_v \\ y' = y - y_v \end{cases}$$

La traslazione trasforma l'equazione generica data in  $y' = ax'^2$  che è una parabola con vertice nell'origine degli assi e simmetrica rispetto all'asse delle  $y'$ . Anche la data è quindi l'equazione di una parabola con asse parallelo all'asse  $y'$ .

Relazioni da ricordare

Equazione della parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

Coordinate del vertice

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Coordinate del fuoco

$$F\left(x_v; y_v + \frac{1}{4a}\right) \Rightarrow F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

Equazione della direttrice

$$y = y_v - \frac{1}{4a} \Rightarrow y = -\frac{1+\Delta}{4a}$$

La retta  $x = -b/2a$  che contiene sia il vertice che il fuoco è **asse di simmetria** per la parabola.

Come nel caso precedente basta infine scambiare le  $x$  con le  $y$  se la parabola ha l'asse di simmetria parallelo all'asse delle  $x$ .

Come si rappresenta sul piano cartesiano il grafico della parabola?

Le operazioni da effettuare sono le seguenti:

Si trovano le coordinate del vertice utilizzando le formule viste  $x_v = -\frac{b}{2a}$   $y_v = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$

Si determinano le intersezioni con gli assi coordinati.

Tieni presente che: l'intersezione con l'asse delle y esiste sempre, invece quelle con l'asse delle x dipendono dal segno del discriminante dell'equazione. In particolare

se il discriminante dell'equazione è positivo la parabola interseca l'asse delle x in due punti distinti

se il discriminante è nullo allora la interseca in due punti coincidenti,

se il discriminante è negativo allora non esistono intersezioni in R

Per calcolare le intersezioni è necessario risolvere i due sistemi.

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = 0 \end{cases}$$

per trovare le intersezioni con l'asse delle y

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases}$$

per trovare le intersezioni con l'asse delle x

Se necessario si costruisce una tabella di soluzioni dell'equazione. Per fare questo basta assegnare un valore alla x nell'equazione della parabola e trovare il corrispondente valore di y, tenendo anche conto delle sue proprietà di simmetria

Controllare i risultati ottenuti in relazione al significato dei parametri a, b, c. In particolare se  $a > 0$  la parabola avrà la concavità rivolta verso l'alto e viceversa.

Seguendo il procedimento sopra illustrato disegna sul tuo quaderno le seguenti parabole

$$y = -x^2 + 2x + 3$$



$$y = x^2 + 2x$$



$$y = x^2 + 2$$



$$y = x^2 + 4x + 4$$



$$x = \frac{1}{2}y^2 - 3y - 2$$



$$x = y^2 - 3y + 2$$



Una volta completato il grafico clicca sull'immagine a lato per controllare la correttezza di quanto

hai fatto.

Significato dei coefficienti a, b, c

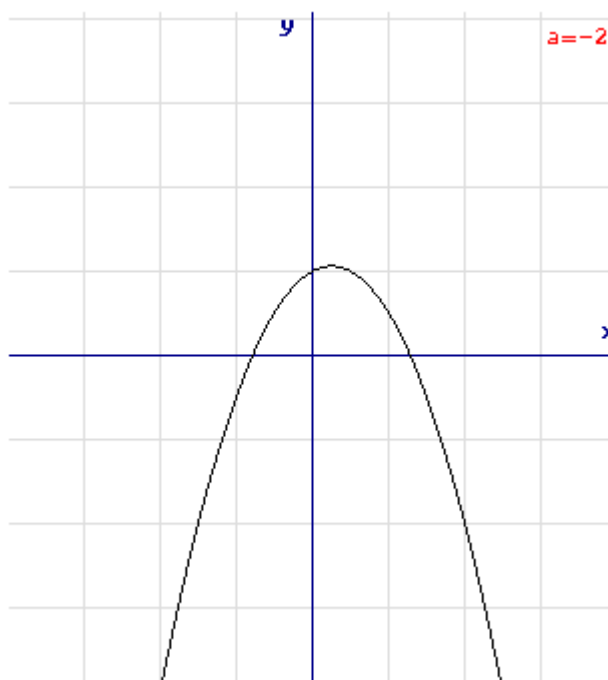
Nel grafico a lato sono rappresentate le parabole con i coefficienti b, c fissi ed a che varia da -2 a 2. E' facile dedurre il significato geometrico del parametro a .

In particolare:

$a < 0$  la parabola volge la concavità verso il basso

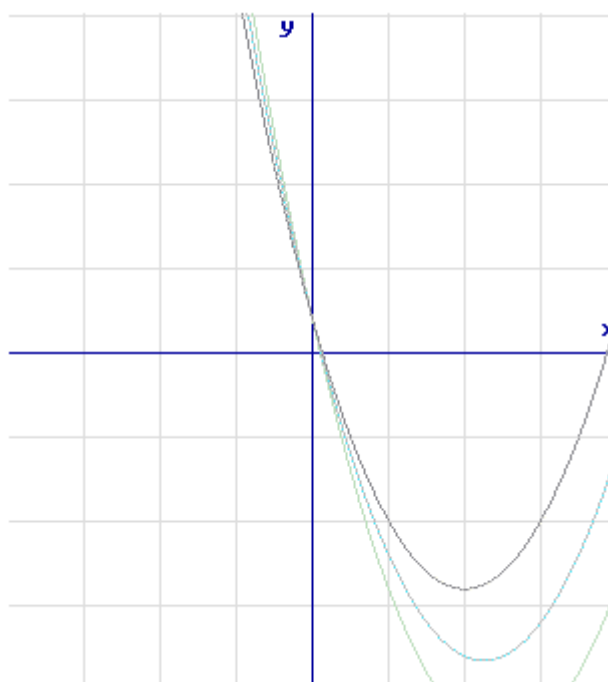
$a > 0$  parabola volge la concavità verso l'alto

Inoltre al diminuire di  $|a|$  la parabola aumenta la sua apertura e viceversa



Ricorda che l'asse di simmetria ha equazione  $x = -b/2a$ , il valore di b è strettamente legato alla posizione dell'asse.

Allora il variare di b causa uno spostamento nella direzione dell'asse x, ma anche nella direzione dell'asse y, visto che anche l'ordinata (del vertice) dipende da b. Resta ancora fissa l'apertura della parabola che dipende solo da a e l'ordinata del punto d'intersezione della parabola con l'asse y che dipende solo dal valore di c.



Il variare del parametro  $c$  non modifica l'apertura della parabola che dipende solamente da parametro  $a$ , non modifica la posizione dell'asse della parabola (perché?), ma causa solamente una 'traslazione' nella direzione dell'asse  $y$ .

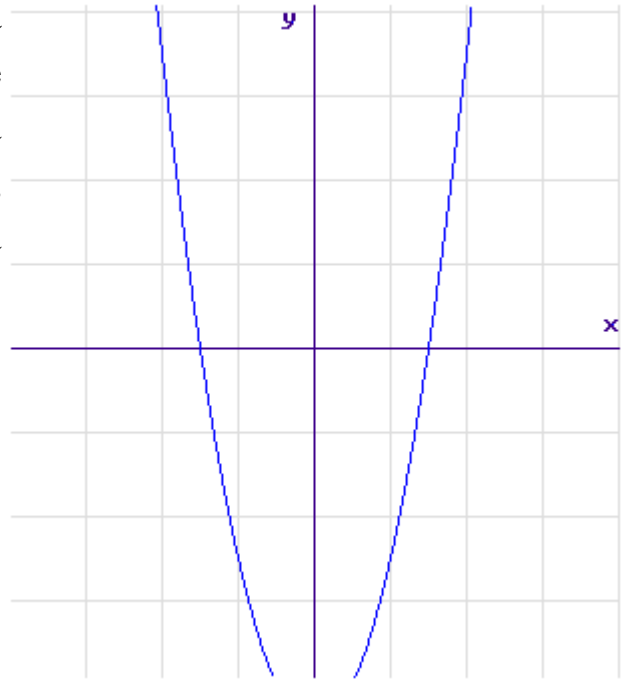
Più precisamente il termine noto  $c$  rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della parabola con l'asse delle ordinate. Infatti le coordinate del punto

$C(0,c)$  verificano l'equazione

$$y_c = a \cdot (0)^2 + b(0) + c \Rightarrow y_c = c$$

In particolare, se  $c=0$  la parabola passa per l'origine.

Parabole in posizioni particolari

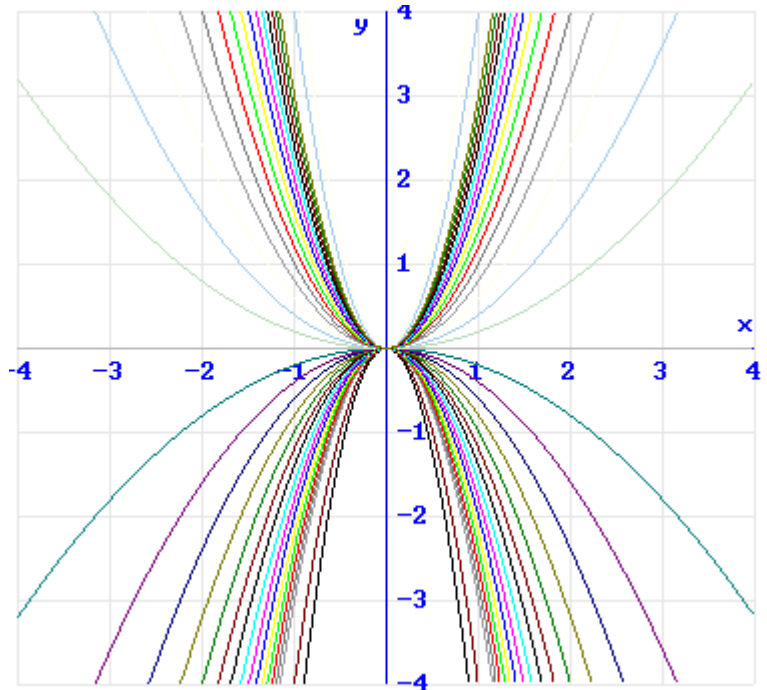


Se  $b=0, c=0$

1

Abbiamo già visto che una parabola di questo tipo ha il vertice nell'origine degli assi cartesiani e l'asse coincidente con l'asse delle ordinate. D'altra parte abbiamo visto qual è il significato di  $a$ .

Nella figura a lato sono rappresentate alcune parabole di questo tipo.

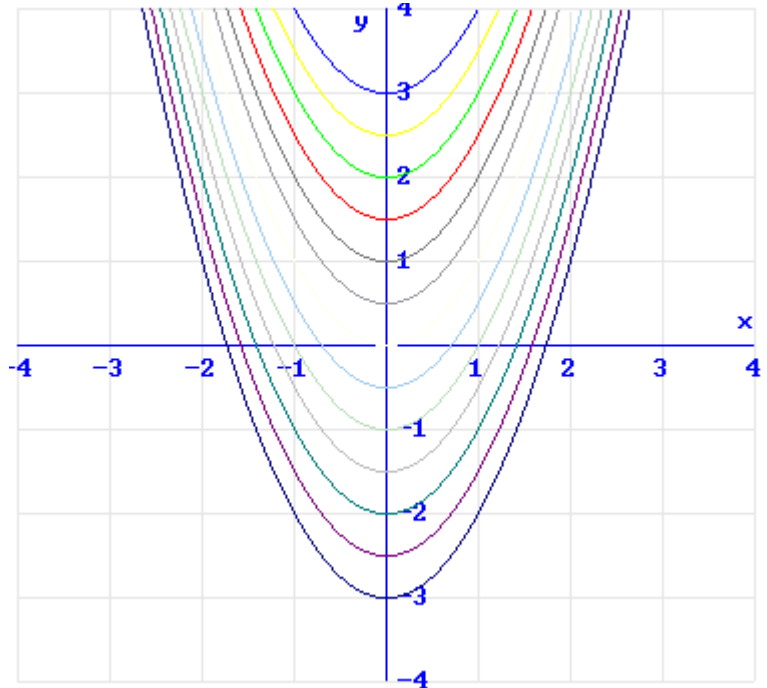


se  $b=0, c \neq 0$

2

L'equazione si riduce alla forma  $y=ax^2+c$ . La parabola ha per asse l'asse delle ordinate (y) il vertice sta quindi sull'asse delle y. Di conseguenza il vertice ha coordinate  $V(0,c)$ .

Hai già visto anche nell'ultima animazione un esempio di parabola di questo tipo.



se  $c=0, b \neq 0$

3

L'equazione si riduce alla forma  $y=ax^2+bx$ . La parabola passa per l'origine (infatti l'equazione è verificata dalla coppia ordinata  $(0;0)$ ) ed interseca l'asse della x in  $(0, -b/a)$ .

Se l'equazione della parabola  $y=ax^2+bx+c$  si può scrivere nella forma  $y=a(x-x_0)^2$  allora il suo vertice sta







4

sull'asse delle x ed ha coordinate  $V(x_0, 0)$ . Puoi giustificare la seguente affermazioni in diversi modi

facendo riferimento all'equazione della parabola traslata  $y - y_V = a(x - x_V)^2$

tenendo presente che nell'equazione della parabola è  $\Delta=0$ , quindi ...

Esercizi:

1	Determinare l'equazione della parabola avente per asse di simmetria l'asse $y$ , per vertice l'origine delle coordinate e passante per il punto $A(1; 4)$	
2	Determinare l'equazione della parabola avente per fuoco il punto $F(0; -4)$ e per direttrice la retta $y=2$	
3	Determinare l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse delle $y$ , avente il vertice nel punto $V(3; 0)$ e passante per il punto $P(0; 3)$ .	
4	Determinare l'equazione della parabola avente il vertice nel punto $V(-3; -2)$ e per direttrice la retta $y= - 9/4$	
5	Determinare l'equazione della parabola avente il vertice nel punto $V(x_v; y_v)$ e fuoco nel punto $F(x_f; y_f)$	
6	Determinare l'equazione della parabola avente l'asse di simmetria parallelo all'asse delle ascisse e passante per $A(0; -2)$ , $B(0; 2)$ , $C(6; 1)$ .	

## Interpretazioni grafica delle equazioni di secondo grado

Consideriamo una equazione di secondo grado  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ).

Ricorda che risolvere una equazione significa trovare quei valori dell'incognita che la verificano, cioè che rendono vera l'uguaglianza. In questo caso le soluzioni fanno assumere al primo membro il valore 0. Si può allora pensare alla soluzione di una equazione di

secondo grado come ai valori della  $x$  che fanno assumere alla funzione  $y = ax^2 + bx + c$  il valore 0. In altre parole, risolvere una equazione di secondo grado significa determinare le ascisse dei punti di intersezione della parabola con l'asse delle  $x$ . Tali valori vengono anche detti zeri della funzione.

Riscopriamo allora graficamente gli stessi concetti già visti nello studio delle equazioni di secondo grado.

La parabola può intersecare l'asse delle  $x$  in due punti distinti, oppure in un sol punto (due punti coincidenti) oppure in nessun punto, a seconda che il discriminante dell'equazione sia positivo, nullo o negativo.

Analizziamo i tre casi:

1.

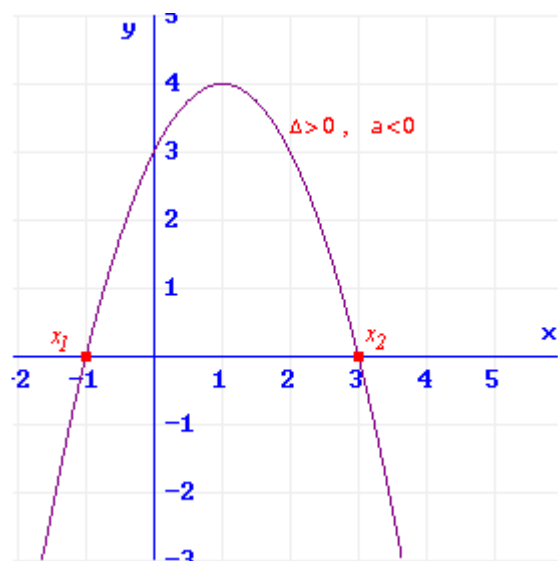
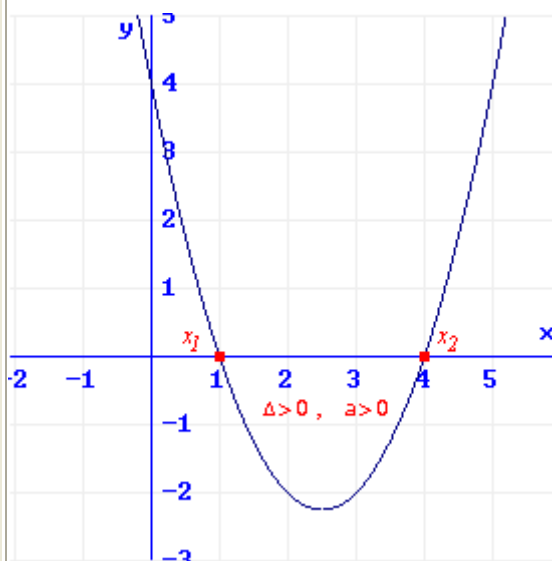
$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$

L'equazione ha due soluzioni reali distinte date dalle note formule

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La parabola associata ha due zeri reali, interseca cioè l'asse delle ascisse in due punti distinti.

Nelle figure sottostanti le due possibili situazioni in base al segno di primo coefficiente  $a$ .

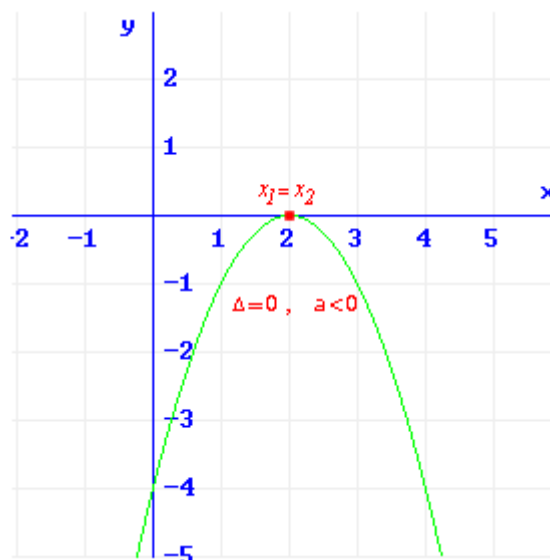
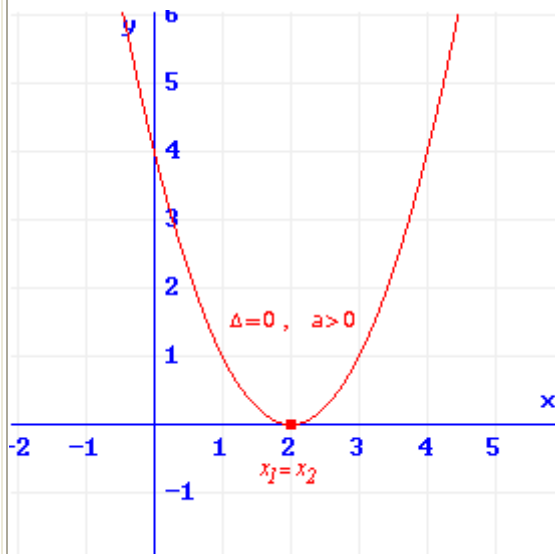


## 2. $\Delta = 0$

L'equazione ha due soluzioni coincidenti. La formula in questo caso diventa

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a};$$

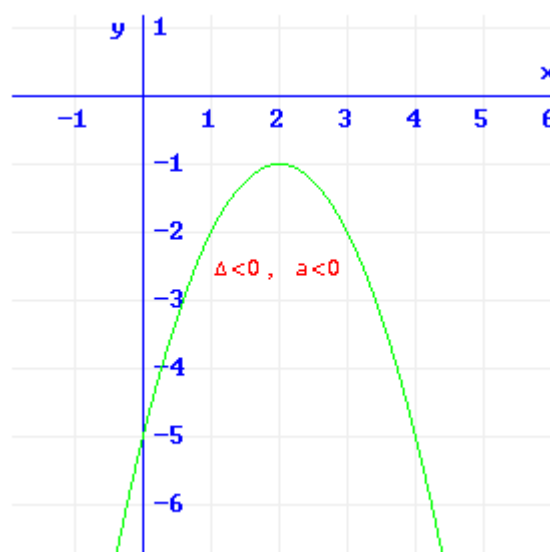
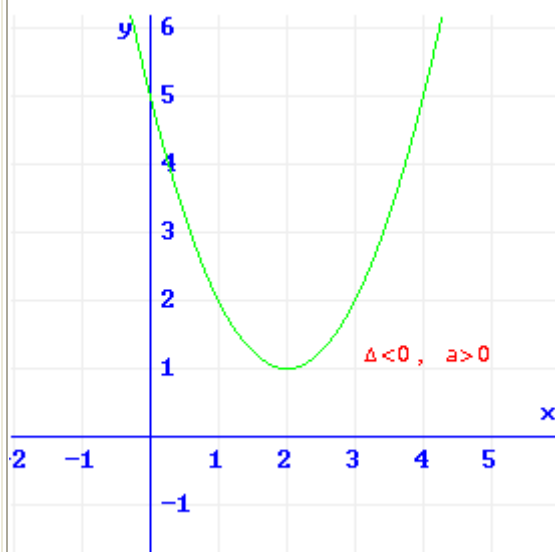
La parabola associata interseca l'asse delle ascisse in un solo punto (è tangente all'asse delle ascisse). Nelle figure sottostanti le due possibili situazioni in base al segno di primo coefficiente  $a$ .



## 3. $\Delta < 0$

Se il discriminante è negativo l'equazione non ha soluzioni reali. La parabola non interseca l'asse delle ascisse.

Le situazioni possibili sono:



## Segno del trinomio

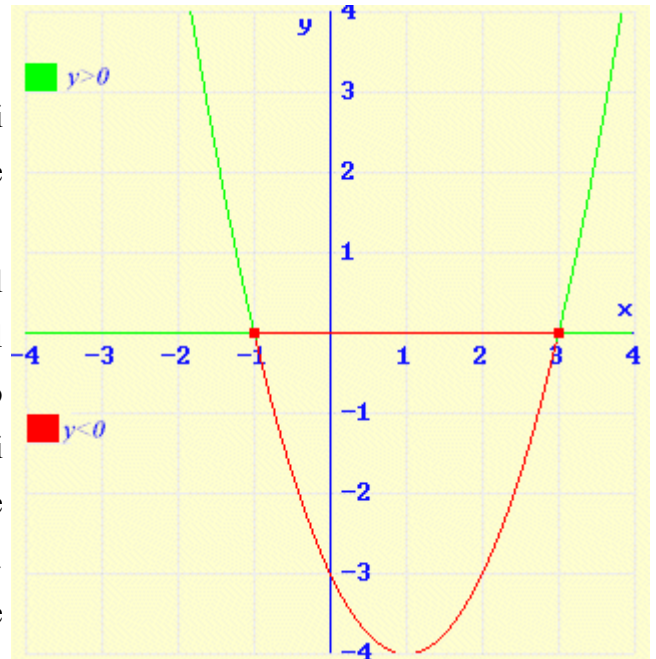
La parabola costituisce un modello per lo studio del trinomio di secondo grado.

$$y = ax^2 + bx + c$$

Nella figura a lato sono illustrate le possibili posizioni della parabola in relazione al valore del suo discriminante.

Sull'asse delle ascisse sono indicati con il colore verde i valori della  $x$  per i quali il trinomio (di conseguenza la  $y$ ) assume segno positivo, con il rosso i valori della  $x$  per i quali il trinomio (di conseguenza la  $y$ ) assume segno negativo.

Nel grafico si è supposto  $a > 0$ . Ovviamente se  $a < 0$ , succede esattamente l'opposto.



Tieni presente che se

se  $a > 0$  la parabola volge la concavità verso l'alto

se  $a < 0$  la parabola volge la concavità verso il basso

$\Delta > 0$  allora la parabola interseca l'asse delle ascisse in due punti distinti. Il trinomio di secondo grado  $y = ax^2 + bx + c$  assume il segno del suo primo coefficiente a all'esterno dell'intervallo delle soluzioni, segno opposto a quello del suo primo coefficiente a all'interno dell'intervallo delle soluzioni.

$\Delta = 0$  allora la parabola interseca l'asse delle ascisse in due punti coincidenti, la parabola è tangente all'asse delle ascisse. Il trinomio  $y = ax^2 + bx + c$  assume sempre il segno del suo

primo coefficiente a tranne nel punto  $x_0 = -\frac{b}{2a}$  nel quale si annulla

$\Delta < 0$  allora la parabola non interseca l'asse delle ascisse. Il trinomio assume sempre il segno del suo primo coefficiente  $a$ .

Esempi

Studiare il segno dei seguenti trinomi di secondo grado

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

$$f(x) = -x^2 + 3x + 2$$

$$f(x) = x^2 - x + 3$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

Esempio 1

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

Consideriamo la parabola di equazione  $y = x^2 - 6x + 5$  il cui grafico è illustrato a lato.

Per rispondere alla domanda posta osserviamo che il segno del trinomio è positivo per i valori della  $x$  per i quali il grafico è posto al di sopra dell'asse delle  $x$ . ( $y > 0$ ). E' invece negativo per quei valori della  $x$  per i quali il grafico è posto al di sotto dell'asse delle  $x$  ( $y < 0$ ).

Per rappresentare graficamente la parabola è necessario determinarne almeno le coordinate del vertice (Formule?) e le intersezioni con gli assi risolvendo i due sistemi

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x^2 - 6x + 5 \\ x = 0 \end{cases}$$

Fai i calcoli necessari e controlla con i valori che puoi dedurre dalla figura. Clicca invece sui due sistemi per accedere alla pagina dei calcoli.

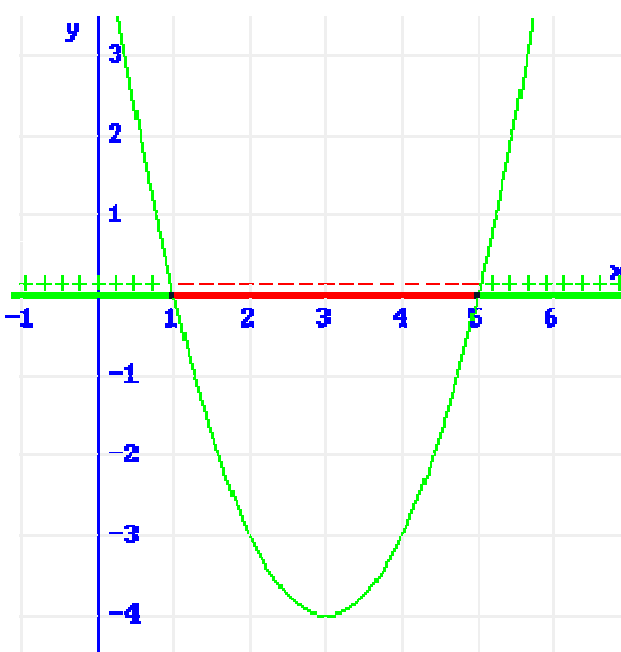
Concludendo: il trinomio ha segno positivo (segno di  $a$ ) all'esterno dell'intervallo delle soluzioni, segno negativo all'interno dell'intervallo delle soluzioni, si annulla per  $x=1$ ,  $x=5$ .

Le soluzioni sono riassunte nel riquadro sotto.

$$y > 0 \Rightarrow x < 1 \vee x > 5$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = 5$$

$$y < 0 \Rightarrow 1 < x < 5$$



Esempio

2

$$f(x) = -x^2 + 3x + 2$$

Consideriamo ancora la parabola di equazione  $y = -x^2 + 3x + 2$  e ne tracciamo il grafico.

In questo caso la parabola è evidentemente rivolta verso il basso perché  $a < 0$ .

Troviamo i valori di intersezione con gli assi

$$x_1 = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{-2} = \frac{3 \mp \sqrt{17}}{2} \begin{cases} x_1 \cong -0.56 \\ x_2 = 3.56 \end{cases}$$

Procediamo come nel caso precedente: il trinomio ha segno negativo (segno di  $a$ ) all'esterno dell'intervallo delle soluzioni, segno positivo all'interno dell'intervallo delle soluzioni, si annulla per

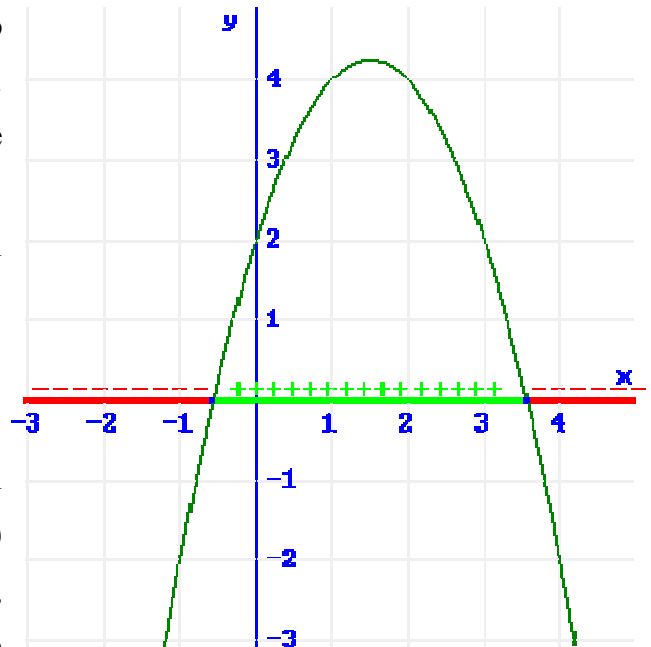
$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}, x_2 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

Le soluzioni sono riassunte nel riquadro sotto:

$$y < 0 \Rightarrow x < \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \vee x > \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \vee x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y > 0 \Rightarrow \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$$



Esempio

3

$$f(x) = x^2 - x + 3$$

Anche in questo caso disegniamo la parabola associata al trinomio ottenendo il grafico a lato.

Notiamo anzitutto che poiché

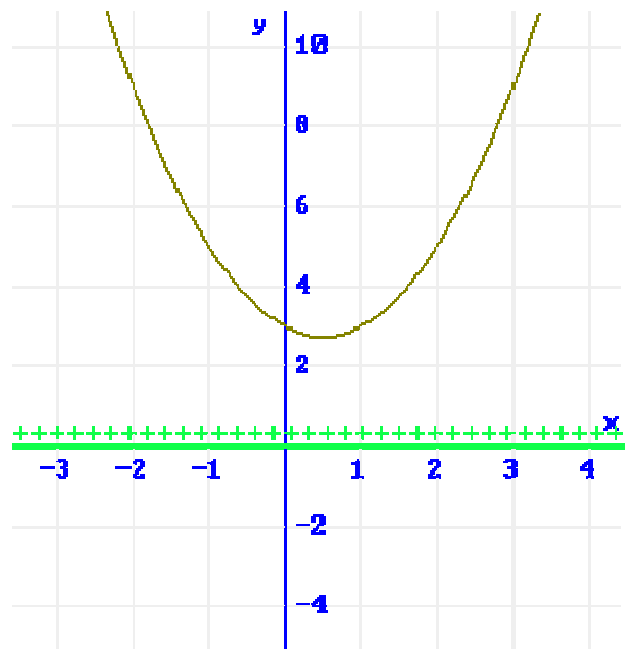
$$\Delta = 1 - 12 = -11 < 0$$

la parabola non interseca l'asse delle ascisse ed essendo rivolta verso l'alto è di conseguenza posta tutta sopra l'asse delle ascisse.

Quindi il trinomio assume segno positivo per ogni valore dell'incognita  $x$ .

In simboli

$$y > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$



Esempio

4

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

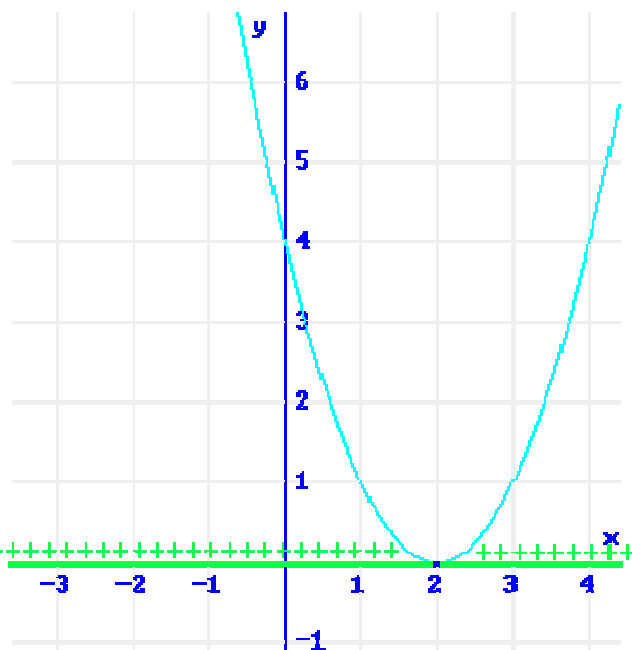
In questo caso il discriminante dell'equazione è nullo, di conseguenza il vertice della parabola appartiene all'asse delle ascisse.

Inoltre la parabola rivolge la concavità verso l'alto essendo a positivo.

Si può concludere che il trinomio assume sempre il segno positivo ad eccezione del valore  $x=2$  per il quale il trinomio si annulla.

In simboli

$$y > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$$



Disequazioni di secondo grado

Diventa ora immediato risolvere la disequazione di secondo grado.

$$ax^2 + bx + c > 0$$

Possiamo semplicemente sintetizzare le conclusioni precedentemente trovate nella seguente tabella nella quale con  $x_1, x_2$  indichiamo le due radici

	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$	Valori esterni all'intervallo delle radici $x < x_1 \vee x > x_2$	Valori interni all'intervallo delle radici $x_1 < x < x_2$
$D = 0$	Tutti i valori diversi da $x_1 = x_2$ $\forall x \in \mathbb{R} - \{x_1\}$	nessun valore di $x$
$D < 0$	Tutti i valori di $x$ $\forall x \in \mathbb{R}$	nessun valore di $x$

Risultati opposti si ottengono per la disequazione  $ax^2 + bx + c < 0$

	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$	Valori interni all'intervallo delle radici $x_1 < x < x_2$	Valori esterni all'intervallo delle radici $x < x_1 \vee x > x_2$
$D = 0$	nessun valore di $x$	Tutti i valori diversi da $x_1 = x_2$ $\forall x \in \mathbb{R} - \{x_1\}$
$D < 0$	nessun valore di $x$	$\forall x \in \mathbb{R}$

Esempi

Risolviamo le seguenti disequazioni di secondo grado

$$x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$2x^2 - 6x - 8 \geq 0$$

$$-x^2 + 2x - 1 \geq 0$$

$$x^2 > 1$$

$$x^2 > 0$$

N.B.

Le regole illustrate sopra ci permettono di risolvere una qualunque disequazione di secondo grado senza più l'esigenza di rappresentare graficamente la situazione con la parabola. Negli esercizi che seguono si è comunque preferito ancora una volta fare ricorso allo strumento grafico per rendere più chiara la situazione.

### Esercizio 1

Risolviamo l'equazione associata:

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad \text{posto } h = b/2$$

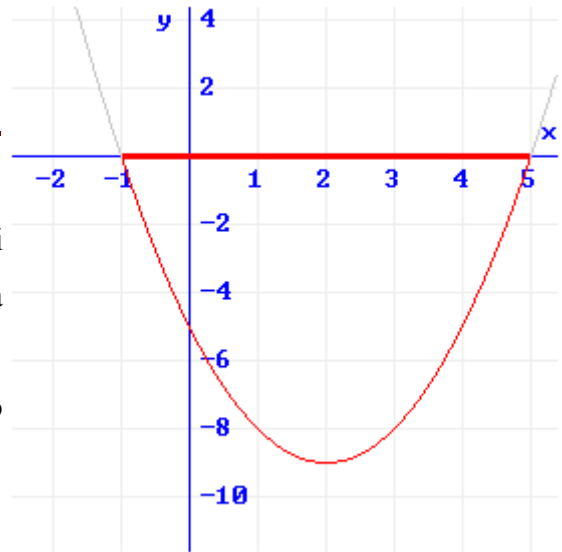
$$x_{1,2} = \frac{-h \pm \sqrt{h^2 - ac}}{a} = 2 \pm \sqrt{4 + 5} = 2 \pm 3 \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

si ha  $a > 0$ ,  $\Delta > 0$ , verso della disequazione  $<$  di conseguenza la disequazione è verificata all'interno dell'intervallo delle radici.

Rappresentati i valori sulla retta reale, e tenendo presente quanto detto, si ha:



quindi  $-1 < x < 5$



---

### Esercizio 2

Risolviamo l'equazione associata

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

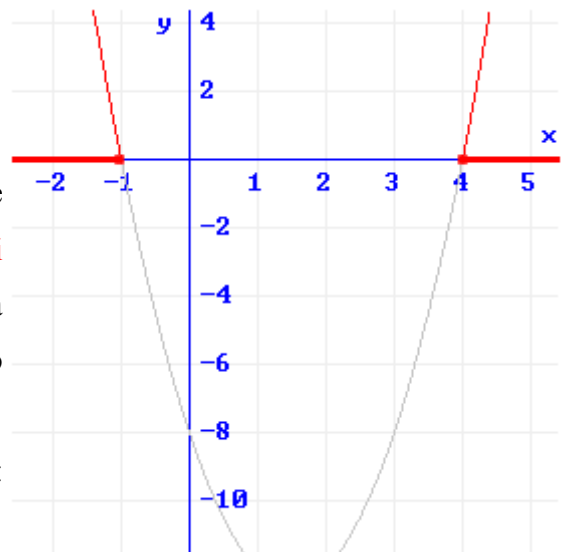
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

si ha ancora  $a > 0$ ,  $\Delta > 0$ , verso della disequazione  $>$  (il segno  $=$  indica che sono compresi gli estremi dell'intervallo), di conseguenza la disequazione è verificata all'esterno dell'intervallo delle radici.

Rappresentando i valori sulla retta si ha:



quindi  $x \leq -1$  o  $x \geq 4$



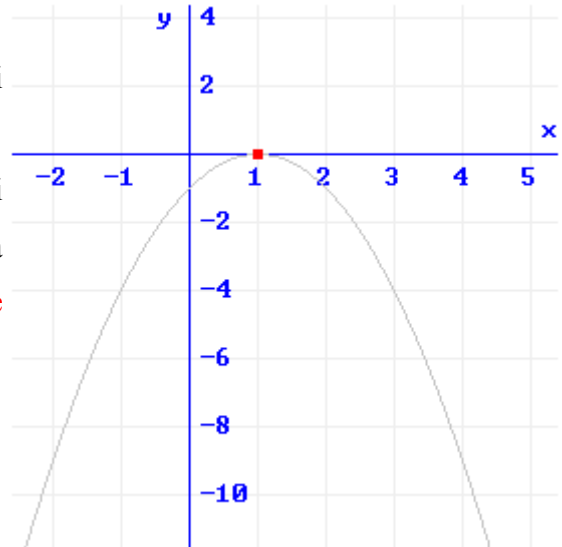
Esercizio 3

L'equazione ha due soluzioni coincidenti  $x_1=x_2=1$ .

si ha  $a < 0$ ,  $\Delta = 0$  verso della disequazione  $>$  (tieni presente quanto detto sopra per l'= $\Rightarrow$ ) la disequazione non è mai verificata **tranne in 1 dove si annulla**.



Quindi  $x=1$



Esercizio 4

L'equazione associata (pura) ha due soluzioni tra di loro opposte -1; +1.

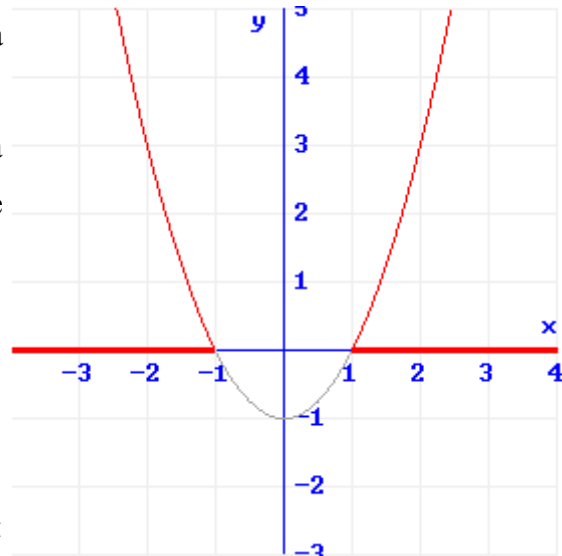
Si ha inoltre  $a > 0$ ,  $\Delta > 0$ , il verso della disequazione  $>$ , di conseguenza la disequazione è verificata all'esterno dell'intervallo delle radici.



$x < -1$        $x > 1$

Attenzione a facili errori:

**non ha senso scrivere  $x > \pm 1$**



### Esercizio 5

Osserva che in questo caso il discriminante è nullo ( $b, c$  sono nulli) quindi l'equazione ha due soluzioni coincidenti, ovviamente entrambe nulle  $x_1=x_2=0$ . La disequazione è verificata per ogni valore della  $x$  ad eccezione di 0, valore per il quale l'espressione si annulla.



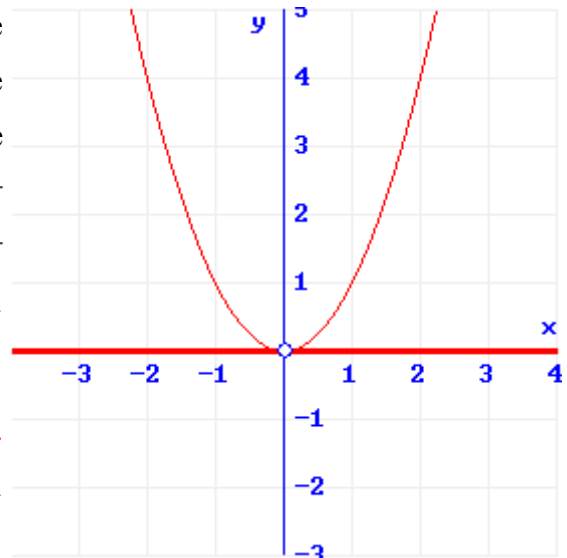
Quindi

$$x \neq 0.$$

Osserva la figura a lato se hai dei dubbi.

Anche in questo caso attenzione a facili errori:

non è corretto scrivere  $x > 0$



Scheda lavoro: da stampare ed utilizzare per le risposte

Cognome Nome.....

1- Al variare del parametro  $a$  cambia il grafico della parabola, in particolare

all'aumentare di  $|a|$  la parabola

.....

al diminuire di  $|a|$  la parabola

.....

se  $a > 0$

allora.....

altrimenti.....

.

se  $a = 0$  allora

.....

le conclusioni sono sempre vere ? Spiega il perché:

.....

...

.....

...

.....

...

Il significato di  $a$  si può trasferire tranquillamente alla parabola traslata ? Perché ?

.....

...

.....

...

Significato di  $c$

.....

.

.....

..

Significato di  $b$

.....

Si può dire che se  $b > 0$  l'asse della parabola è nel primo e nel quarto quadrante ? Spiega

2- Compila le seguenti tabelle

Fuoco	Direttrice	Vertice	$y - y_v = a(x - x_v)^2$	$y = ax^2 + bx + c$
F(1, 2)	d:y=1			
F(-0.5, 1)	d:y=2.5			
F(1, 4)	d:y=4.5			
	d:y=-4/9	V(-3, -2)		
F(-1,1)		V(-1,2)		

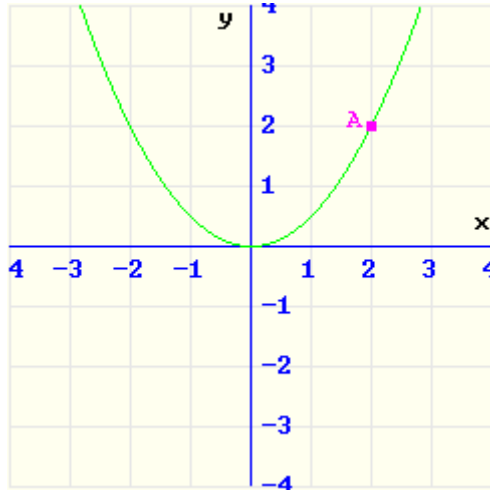
A	B	C	$y = ax^2 + bx + c$	Fuoco	direttrice	Vertice	$y - y_v = a(x - x_v)^2$
A(0,2)	B(2,3)	C(1,-1)					
A(1,2),						V(2,3)	
A(1,5)	B(-1,-3)	C(2,3)					

Disegna infine sul retro della pagina le parabole individuate.

## Test sulla parabola

Questo quiz ti consentirà di valutare il livello di conoscenze relativo a questa parte del corso. E' consigliabile accedere agli argomenti successivi solo se il numero di risposte non è inferiore a 7.

1. Individua l'equazione della parabola in figura



$y = \frac{1}{2}x^2$

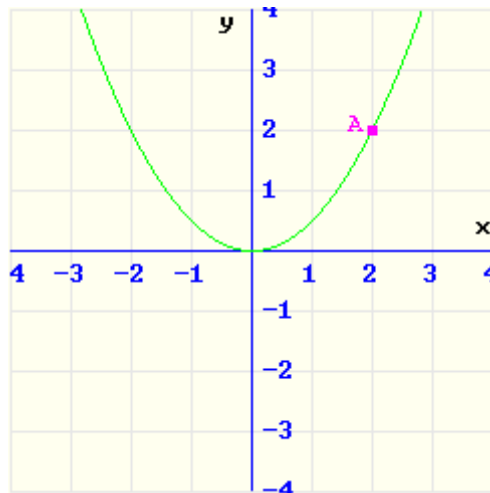
$y = x^2$

$y = 2x^2$

$y = -0.5x^2$

 Nessuna delle precedenti

2. Le coordinate del fuoco della parabola in figura sono



$F(0; 1/2)$

$F(0; 2)$

$F(2; 0)$

$A(1/2; 0)$

 Nessuna delle precedenti

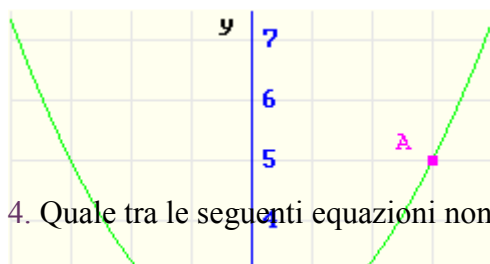
3. Individua l'equazione della parabola in figura

$y = \frac{1}{2}x^2$

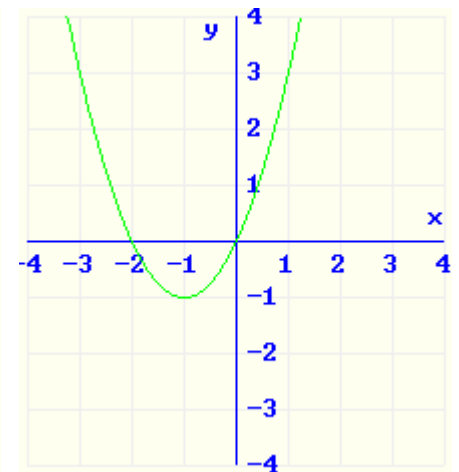
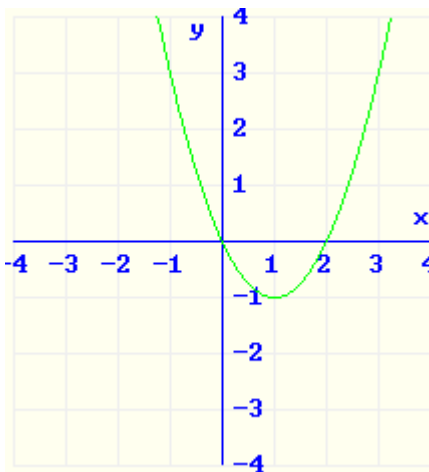
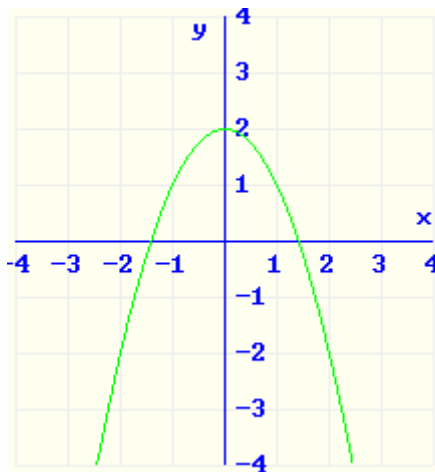
$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$

$y = \frac{3}{5}x^2 + 2$

$y = \frac{1}{3}x^2 + 2$

 Le precedenti sono tutte errate


4. Quale tra le seguenti equazioni non è rappresentata dalle seguenti figure



$y = x^2 - 2 \cdot x$

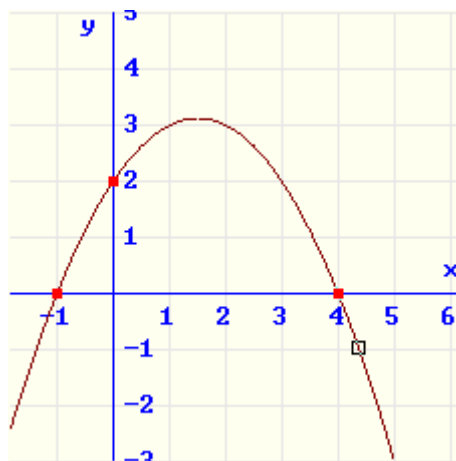
$y = x^2 + 2 \cdot x$

$y = -x^2 + 2$

$y = -2 - x^2 + 2$

5. L'equazione della parabola in figura è:

(fai riferimento ai tre punti dati):



$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$

$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$

$y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$

$y = -x^2 - 3x + 2$

 nessuno dei precedenti

6. L'equazione della parabola in figura è:

(fai riferimento ai tre punti dati):

$y = x^2 + 3x + 2$

$y = x^2 - 3x + 2$

$y = -x^2 - 3x + 2$

$y = -x^2 + 2$

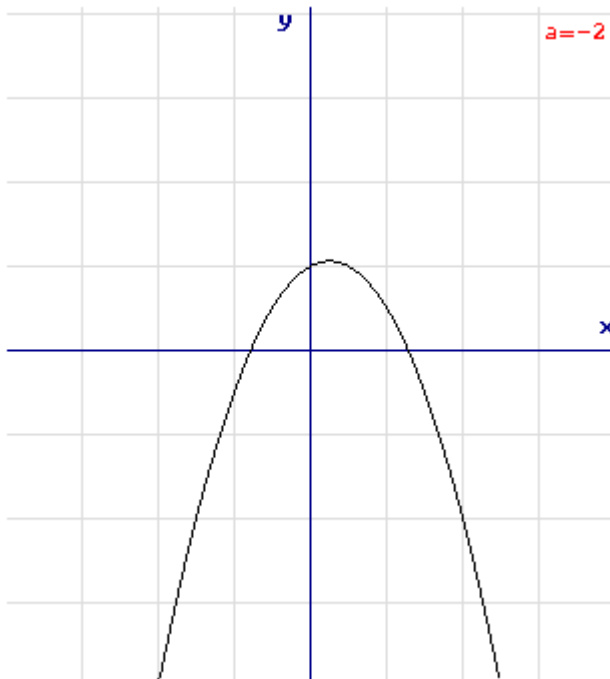
 nessuna delle precedenti


7. A quali delle seguenti condizioni soddisfa la parabola di equazione

$$y = -x^2 - 4x - 1$$

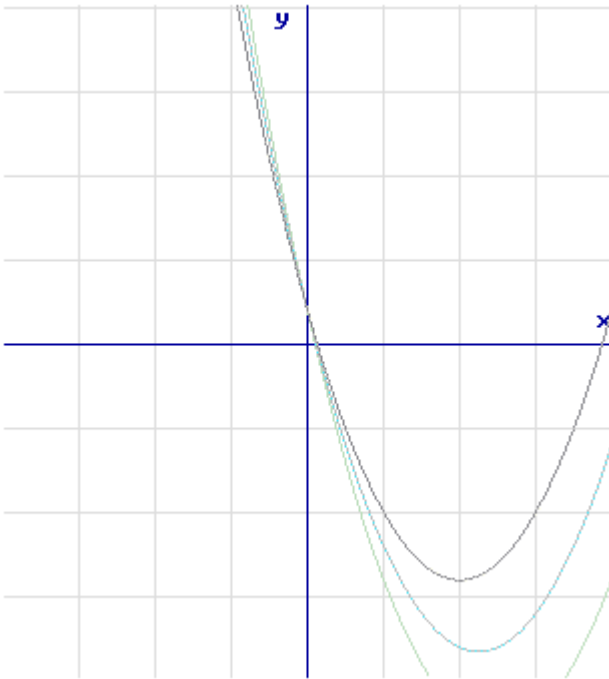
- Ha il vertice  $V(2;3)$  e passa per  $P(-1;2)$
- Ha il vertice  $V(-2;3)$  e passa per  $P(-1;2)$
- Ha il vertice  $V(-2;3)$  e passa per  $P(-3;2)$
- Ha il vertice  $V(-2;-3)$  e passa per  $P(0;-1)$
- Nessuna delle precedenti

8. Osserva il grafico in figura poi indica tra quelle proposte l'affermazione corretta.



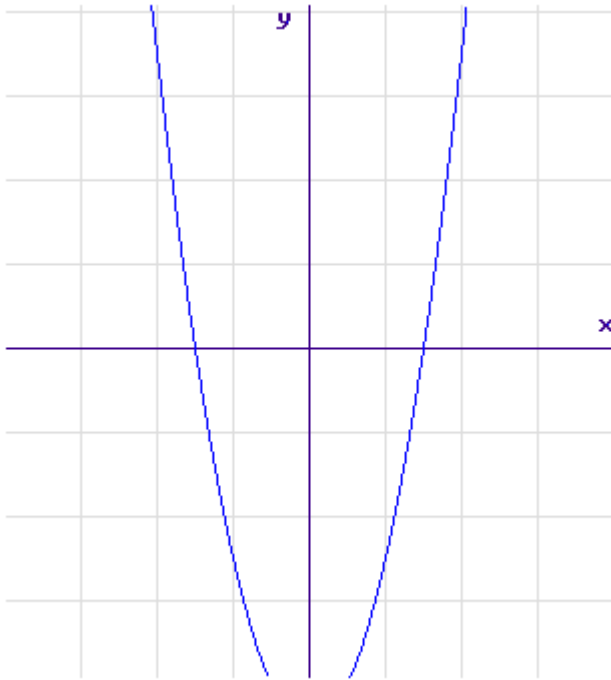
- Nell'equazioni delle parabole variano sia  $a$  che  $b$  resta fisso solo  $c$
- Le parabole hanno tutte gli stessi valori di  $b, c$  mentre varia solo  $a$
- Le parabole hanno tutte gli stessi valori di  $a$  mentre variano  $b, c$
- I valori dei parametri  $a, b, c$  per le diverse parabole non hanno nulla in comune
- Nessuna delle precedenti è corretta

9. Osserva il grafico in figura poi indica tra quelle proposte l'affermazione corretta.



- Nell'equazione delle parabole variano sia  $a$  che  $b$  resta fisso solo  $c$
- Le parabole hanno tutte gli stessi valori di  $b$ ,  $c$  mentre varia solo  $a$
- Le parabole hanno tutte gli stessi valori di  $a$ ,  $c$  mentre varia solo  $b$
- I valori dei parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  per le diverse parabole non hanno nulla in comune
- nessuno dei precedenti

10. Osserva il grafico in figura poi indica tra quelle proposte l'affermazione corretta.



- Nell'equazione delle parabole variano sia  $a$  che  $b$  resta fisso solo  $c$
- Le parabole hanno tutte gli stessi valori di  $a$ ,  $b$  mentre varia solo  $c$
- Le parabole hanno tutte gli stessi valori di  $a$ ,  $c$  mentre varia solo  $b$
- I valori dei parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  per le diverse parabole non hanno nulla in comune